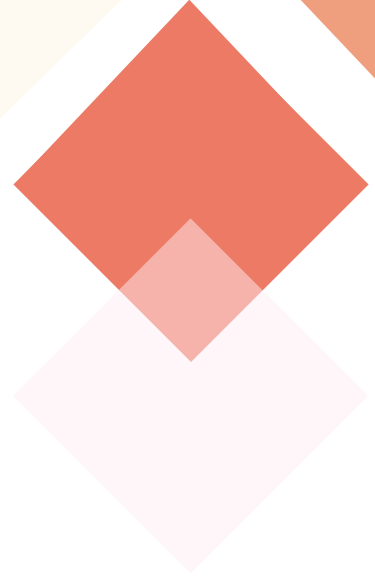


5. TEMA

NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER 3





1. ETKİNLİK ADI

Bileşke Fonksiyonlarda Yapı ve Örüntü



Etkinliğin Amacı	Bileşke fonksiyonları derinlemesine kavrayabilme ve periyodik fonksiyonların bileşke fonksiyonlar üzerindeki etkisini inceleyebilme
Zenginleştirme Uygulaması	Bileşke fonksiyonlarla yapılan işlemler, n adet fonksiyondan elde edilen bileşke fonksiyonlara ve bir fonksiyonun n adet bileşkesinden elde edilen fonksiyonlara genellenebilir. Periyodik fonksiyonların kullanıldığı bileşke fonksiyon örnekleri incelenebilir.
Araç Gereç	etkinlik kâğıdı, genel ağ bağlantısı olan etkileşimli tahta, matematik yazılım programları



1. Adım: Etkinliğe Giriş

Öğrencilerin bileşke fonksiyonları derinlemesine kavramaları ve birden fazla fonksiyonun art arda uygulanmasıyla oluşan yapıyı fark etmeleri için periyodik fonksiyonların bileşke fonksiyonlar üzerindeki etkisine yönelik aşağıdaki soruları öğrencilere sorunuz.



$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tanımlı bir f fonksiyonunun ardışık n kez bileşkesini alırsak her adımda farklı bir fonksiyon mu elde edilir?



Periyodik olaylara günlük hayattan örnekler veriniz. Verdiğiniz günlük hayat örneklerini periyodik fonksiyonlar ile nasıl modelleyebileceğinizi araştırınız.



2. Adım: Uygulama

- ♦ Öğrencileri dörder kişilik gruplara ayırınız.
- ♦ Karekoddaki Etkinlik Kâğıdını grup sayısı kadar çoğaltınız ve gruplara dağıtınız.
- ♦ Öğrencilerden, kendilerine dağıtılan Etkinlik Kâğıdında yer alan yönergeleri takip ederek verilen soruları cevaplamalarını isteyiniz.
- ♦ Etkinlikte yer alan ödev görevi için gruplara yeterli süreyi veriniz.



Etkinlik Kâğıdına ulaşmak için karekodu kullanınız.

ETKİNLİK KÂĞIDI

◆ Aşağıdaki soruları cevaplayınız.

1. Gerçek sayılarda $f(x) = x + 2$, $g(x) = 2x + 5$ ve $h(x) = 3x - 1$ şeklinde tanımlı doğrusal fonksiyonları veriliyor.

a) Tablo 1'deki bileşke fonksiyonların cebirsel temsillerini bularak ilgili alanlara yazınız.

Tablo 1

Fonksiyon	Cebirsel Temsili
$f \circ g$	
$h \circ f$	
$g \circ g$	
$g \circ f$	

b) $f \circ g$, $h \circ f$, $g \circ g$ ve $g \circ f$ fonksiyonlarından yararlanarak Tablo 2'de istenilen fonksiyonların cebirsel temsillerini ilgili alanlara yazınız.

Tablo 2

Fonksiyon	Cebirsel Temsili
$h \circ f \circ g$	
$g \circ h \circ f$	
$g \circ g \circ g$	
$f \circ g \circ f$	

Tabloda bulduğunuz bileşke fonksiyonlardan yararlanarak bileşke fonksiyonlarla yapılan işlemleri n adet fonksiyonun bileşkesine genelleyiniz.

2. Gerçek sayılarda $f(x) = 3x - 2$ şeklinde tanımlı doğrusal fonksiyonu veriliyor.

a) Tablodaki bileşke fonksiyonların cebirsel temsillerini bularak ilgili alanlara yazınız.

Adımlar	Fonksiyon	Cebirsel Temsili
1. Adım	$f \circ f$	
2. Adım	$f \circ f \circ f$	
3. Adım	$f \circ f \circ f \circ f$	

b) Her adımda yapılan işlemin bir önceki sonuca göre nasıl değiştiğini inceleyiniz. Bu işlemin aynı kuralın tekrarı olup olmadığını belirleyiniz.

5. TEMA : NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER 3

- c) Tabloda bulduğunuz bileşke fonksiyonlardan yararlanarak bir fonksiyonun n adet bileşkesinden elde edilen fonksiyona genelleyerek

$$\underbrace{(f \circ f \circ \dots \circ f)}_{n \text{ tane}}$$

fonksiyonunun cebirsel temsilini bulunuz.

- ç) Gerçek sayılarda $g(x) = ax + b$ ($a \neq 0$ ve $a \neq 1$) şeklinde tanımlı doğrusal fonksiyonu veriliyor.

Buna göre

$$\underbrace{(g \circ g \circ \dots \circ g)}_{n \text{ tane}}$$

fonksiyonunun cebirsel temsili hakkında genellemelere ulaşınız.

3. Gerçek sayılarda $f(x) = \sin x$, $g(x) = \cos x$, $h(x) = 2x$ ve $k(x) = \frac{x}{3}$ şeklinde tanımlı fonksiyonlar veriliyor.

- a) Verilen fonksiyonlardan hangilerinin periyodik olduğunu belirleyerek periyotlarını bulunuz.

- b) Tablodaki bileşke fonksiyonların cebirsel temsillerini ve periyotlarını bularak ilgili alanlara yazınız.

Fonksiyon	Cebirsel Temsili	Periyodu
$f \circ h$		
$h \circ f$		
$f \circ k$		
$k \circ f$		
$g \circ h$		
$h \circ g$		
$g \circ k$		
$k \circ g$		

3. Adım: Değerlendirme

Yönerge: Etkinlik sonunda öğrencilerin çalışmalarını değerlendirmeleri amacıyla hazırlanan Grup Değerlendirme Formu'nu çoğaltıp öğrencilere dağıtınız. Yandaki karekodu kullanarak Grup Değerlendirme Formu'na ulaşabilirsiniz.



Grup Değerlendirme
Formu'na ulaşmak için
karekodu kullanınız.

GRUP DEĞERLENDİRME FORMU

Etkinliğin Adı		Tarih	
Adı ve Soyadı		Sınıfı	
Grup Üyeleri		Numarası	

Bu form grup çalışmanızı değerlendirmeniz amacıyla hazırlanmıştır. Aşağıdaki ifadelere katılıyorsanız "Evet", kısmen katılıyorsanız "Kısmen", katılmıyorsanız "Hayır" seçeneğini "X" ile işaretleyiniz.

Değerlendirme Ölçütleri	Evet	Kısmen	Hayır
1. Grup üyeleri iş birliği içinde çalıştı.			
2. Grup üyeleri etkinlik süresince sorumluluklarını yerine getirdi.			
3. Grup üyeleri etkinlik süresince görüş alışverişinde bulundu.			
4. Grup üyeleri etkinlik süresince birbirine saygılı davrandı.			
5. Grup üyeleri etkinlik süresince zamanı etkili kullandı.			

Öğretmen yorumu:



2. ETKİNLİK ADI

Fonksiyonel İşlemler ve Algoritmik Yapılar



Etkinliğin Amacı	Bileşke fonksiyonlardan oluşturulan denklem ve eşitsizliklerde fonksiyonları tanım kümesinin elemanı kabul ederek yeni önermeler kurulan önermelerin hangi koşullarda doğru olduğunu tartışabilme ve fonksiyonlarda işlemleri (toplama, çıkarma, çarpma, bölme, bileşke) algoritmik doğal dil ile ifade edebilme
Zenginleştirme Uygulaması	Bileşke fonksiyonlardan oluşturulan denklem ve eşitsizliklerde fonksiyonlar tanım kümesinin elemanı kabul edilerek yeni denklem veya eşitsizlikler oluşturulabilir. Örneğin $\forall x \in \mathbb{R}$ için $f(x) < g(x)$ ise $(f \circ f)(x) < (f \circ g)(x)$ gibi önermelerin hangi durumlarda doğru olabileceği tartışılabilir. Fonksiyonlarla toplama, çıkarma, çarpma, bölme, bileşke gibi fonksiyonel işlemler algoritmik bir dille yapılandırılabilir.
Araç Gereç	etkinlik kâğıdı, kâğıt-kalem, genel ağ bağlantısı olan etkileşimli tahta, matematik yazılımı



1. Adım: Etkinliğe Giriş

Öğrencilere $\forall x \in \mathbb{R}$ için $f(x) < g(x)$ eşitsizliğini sağlayan fonksiyonlar ile fonksiyonlarla toplama, çıkarma, çarpma, bölme, bileşke gibi fonksiyonel işlemlerin algoritmik bir dille yapılandırılmalarına yönelik aşağıdaki soruları yöneltiniz.



Bir bilgisayar programı bir sayıyı önce belli bir komutla başka bir sayıya dönüştürüyor sonra çıkan sonucu başka bir komutla başka bir sayıya dönüştürüyor. Bu işlemler zinciri matematiksel olarak nasıl ifade edilebilir?



Eğer her bir komut bir fonksiyon ise bu adımların tamamı matematiksel olarak neyi ifade eder?



$\forall x \in \mathbb{R}$ için $f(x) < g(x)$ eşitsizliğinin sağlandığı f ve g fonksiyonları bulunabilir mi?



Bilgisayarda bir işlemin adım adım yazılması algoritmadır. Fonksiyonların toplama, çıkarma, çarpma, bölme ve bileşke işlemleri de aslında belirli adımlarla yapılır. O hâlde fonksiyonel işlemleri algoritmik doğal dille ifade edebilir miyiz?



2. Adım: Uygulama

- ♦ Öğrencileri dörder kişilik gruplara ayırınız.
- ♦ Karekoddaki Etkinlik Kâğıd'ını grup sayısı kadar çoğaltınız ve gruplara dağıtınız.
- ♦ Öğrencilerden, kendilerine dağıtılan Etkinlik Kâğıd'ında yer alan yönergeleri takip ederek verilen soruları cevaplamalarını isteyiniz.



Etkinlik Kâğıd'ına ulaşmak için karekodu kullanınız.

ETKİNLİK KÂĞIDI

♦ Aşağıdaki soruları cevaplayınız.

1. Gerçek sayılarda $f(x) = x + 1$ ve $g(x) = x^2 + 4$ şeklinde tanımlı fonksiyonlar veriliyor.
- a) f ve g fonksiyonlarının grafik temsillerini matematik yazılımı kullanarak oluşturunuz.
- b) Oluşturduğunuz grafik temsillerini inceleyerek $\forall x \in \mathbb{R}$ için $f(x) < g(x)$ olduğunu gösteriniz.
- c) " $\forall x \in \mathbb{R}$ için $f(x) < g(x)$ ise $(f \circ f)(x) < (f \circ g)(x)$ " önermesinin verilen f ve g fonksiyonları için doğru olup olmadığını tartışınız.

2. Gerçek sayılarda $f(x) = -x$ ve $g(x) = 2x^2 + 1$ şeklinde tanımlı fonksiyonlar veriliyor.
- a) f ve g fonksiyonlarının grafik temsillerini matematik yazılımı kullanarak oluşturunuz.
- b) Oluşturduğunuz grafik temsillerini inceleyerek $\forall x \in \mathbb{R}$ için $f(x) < g(x)$ olduğunu gösteriniz.
- c) " $\forall x \in \mathbb{R}$ için $f(x) < g(x)$ ise $(f \circ f)(x) < (f \circ g)(x)$ " önermesinin verilen f ve g fonksiyonları için doğru olup olmadığını tartışınız.

3. Gerçek sayılarda $f(x) = -x^2$ ve $g(x) = 2x + 3$ şeklinde tanımlı fonksiyonlar veriliyor.
- a) f ve g fonksiyonlarının grafik temsillerini matematik yazılımı kullanarak oluşturunuz.
- b) Oluşturduğunuz grafik temsillerini inceleyerek $\forall x \in \mathbb{R}$ için $f(x) < g(x)$ olduğunu gösteriniz.
- c) " $\forall x \in \mathbb{R}$ için $f(x) < g(x)$ ise $(f \circ f)(x) < (f \circ g)(x)$ " önermesinin verilen f ve g fonksiyonları için doğruluğunu araştırınız.

4. " $\forall x \in \mathbb{R}$ için $f(x) < g(x)$ ise $(f \circ f)(x) < (f \circ g)(x)$ " önermesinin doğru olması için f veya g fonksiyonunun hangi nitel özelliğe sahip olması gerektiğini belirleyiniz.

5. TEMA : NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER 3

5. Aşağıda uygun aralıklarda tanımlı f ve g fonksiyonları için $f + g$ işleminin yapılışı algoritmik doğal dil ile verilmiştir.

Algoritmik Doğal Dil
1. Başla. 2. Kullanıcıdan bir x değeri al. 3. x değeri için f fonksiyonunu çalıştır ve sonucu a olarak kaydet. x değeri için g fonksiyonunu çalıştır ve sonucu b olarak kaydet. 4. Sonuç = $a + b$ olarak hesapla. 5. Yazdır. Sonuç 6. Bitir.

Sizde $f - g$, $f \cdot g$, $\frac{f}{g}$ ve $f \circ g$ fonksiyonlarını algoritmik doğal dil ile ifade ederek aşağıdaki kutulara yazınız.

$f - g$ Fonksiyonunun Algoritmik Doğal Dil ile İfadesi

$f \cdot g$ Fonksiyonunun Algoritmik Doğal Dil ile İfadesi

$\frac{f}{g}$ Fonksiyonunun Algoritmik Doğal Dil ile İfadesi

$f \circ g$ Fonksiyonunun Algoritmik Doğal Dil ile İfadesi

3. Adım: Değerlendirme

Yönerge: Etkinlik sonunda öğrencilerin çalışmalarını değerlendirebilmeleri amacıyla hazırlanan Giriş-Çıkış Kartı'nı çoğaltıp öğrencilere dağıtınız. Yandaki karekodu kullanarak Giriş-Çıkış Kartı'na ulaşabilirsiniz.



Giriş-Çıkış Kartı'na ulaşmak için karekodu kullanınız.

GİRİŞ-ÇIKIŞ KARTI

Adı ve Soyadı		Sınıfı	
Tarih		Numarası	

Etkinliğe ilişkin yeni öğrendiklerinizi, daha önce bildiklerinizi ve merak ettiklerinizi Giriş-Çıkış Kartı'na yazınız.

Bildiklerim:

Merak Ettiklerim:

Öğrendiklerim:

5. TEMA : NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER 3



3. ETKİNLİK ADI

Fonksiyon Fabrikası "İç İçe İşlemlerden Bileşkeye"



Etkinliğin Amacı	İç içe yazılmış fonksiyon ifadelerinin bileşke fonksiyonla aynı fikri taşıdığını fark edebilme, bir işlemi adım adım tekrar etme fikrini döngü ile ilişkilendirilebilme, aynı tekrarın matematikte öz yinmeli fonksiyonlarla daha kısa ifade edilebildiğini keşfedebilme ve algoritmik doğal dili matematiksel ifadeye, matematiksel ifadeyi algoritmik dile dönüştürebilme
Zenginleştirme Uygulaması	Algoritma konusunda çözümlenen sözde kod örneklerinden yola çıkarak iç içe fonksiyonlar ile bileşke fonksiyonun ilişkisini ortaya koyan örnekler incelenebilir. Döngüler kullanılarak çözülebilen problemlerin öz yinmeli fonksiyonlarla daha kolay çözülebileceğine yönelik örnekler verilebilir.
Araç Gereç	etkinlik kâğıdı, genel ağ bağlantısı olan etkileşimli tahta



1. Adım: Etkinliğe Giriş

Öğrencilerden bir ders saati içerisinde aşağıdaki araştırmaları yapmalarını isteyiniz ve son maddedeki soruyu öğrencilere yöneltiniz.



Fotoğraf filtrelerinin (parlaklık artırma, kontrast artırma gibi) art arda uygulanması işlemi ile ilgili kısa bir araştırma yapınız.



Sosyal medya uygulamalarında fotoğraflara uygulanan filtreler ile bileşke fonksiyonlar arasında bir ilişki olup olmadığına dair araştırma yapınız.



Bir problemi, her adımı tekrar ederek çözmek zorunda mıyız? Yoksa sonucu bir önceki adıma bağlayan tek bir kural yazarak işi daha kısa ve düzenli hâle getirebilir miyiz?



2. Adım: Uygulama

- ♦ Öğrencileri dörder kişilik gruplara ayırınız.
- ♦ Karekoddaki Etkinlik Kâğıdını grup sayısı kadar çoğaltınız ve gruplara dağıtınız.
- ♦ Öğrencilerden, kendilerine dağıtılan Etkinlik Kâğıdında yer alan yönergeleri takip ederek verilen soruları cevaplamalarını isteyiniz.



Etkinlik Kâğıdına ulaşmak için karekodu kullanınız.

ETKİNLİK KÂĞIDI

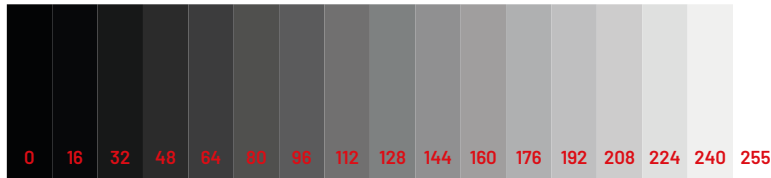
◆ Aşağıdaki adımları takip ederek verilen soruları cevaplayınız.

1. Ay'a ait aynı fotoğraf kullanılarak farklı parlaklık ve kontrast ile oluşturulmuş iki farklı görüntüsü aşağıda Görsel 1'de verilmiştir.



Görsel 1

Bir fotoğrafın üzerindeki her piksel 0 ile 255 arasında bir sayı ile gösterilir. 0 siyah rengi, 255 ise beyaz rengi temsil etmektedir. Görsel 2'de bazı piksel değerleri ile oluşan renkler verilmiştir.



Görsel 2

Bir fotoğrafın

- parlaklığını artırmak için her piksele sabit bir sayı eklemek,
- kontrastını artırmak için piksel değerini bir katsayı ile çarparak büyütme gerekir.

Örneğin bir fotoğrafa uygulanan filtrede piksel değerine 30 ekleyip parlaklığı artıran, ardından elde edilen bu yeni değeri 1,2 katsayısı ile çarparak kontrastı düzenleyen ve yeni piksel değerini bulduran, algoritmanın işleyişini gösteren sözde kod aşağıda verilmiştir.

Sözde Kod

```
Girdi: x (0 – 255 arası piksel değeri)
Çıktı: Filtre uygulanmış yeni piksel değeri
Başla
  parlaklık p(x) ← x + 30
  kontrast c(x) ← 1,2 · x
  yeni piksel ← c(p(x))
  Eğer yeni piksel > 255 ise yeni piksel ← 255
  Yazdır "Filtre uygulanmış piksel değeri: ", yeni piksel
Bitir
```

5. TEMA : NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER 3

Sözde kod ile verilen ifadeyi matematiksel olarak modelleyelim.

x piksel değeri olmak üzere uygun tanım aralığında parlaklık $p(x) = x + 30$, kontrast $c(x) = 1,2 \cdot x$ şeklinde tanımlı birer fonksiyon olmak üzere bir fotoğrafa önce parlaklık, sonra kontrast uygularsak

$$c(p(x)) = 1,2 \cdot (x + 30) = 1,2 \cdot x + 36$$

olup sözde kod $(c \circ p)(x) = c(p(x))$ bileşke fonksiyonu ile ifade edilebilir.

Aşağıdaki bağlamı inceleyerek bu durumu sözde kod ile ifade ediniz. Oluşturduğunuz sözde kodu kullanarak iç içe fonksiyonlar ile bileşke fonksiyonun ilişkisini ortaya koyunuz.

Bir dijital oyunda kullanılan karakterin bir güç puanı (x) vardır ve bu puan pozitif bir tam sayıdır. Karakterin güç puanını etkileyen iki etken "güç çarpanı" ve "darbe etkisi"dir. Güç çarpanı karakterin güç puanını 3 katına çıkarmakta, darbe etkisi ise karakterin güç puanını 20 puan düşürmektedir.

Buna göre

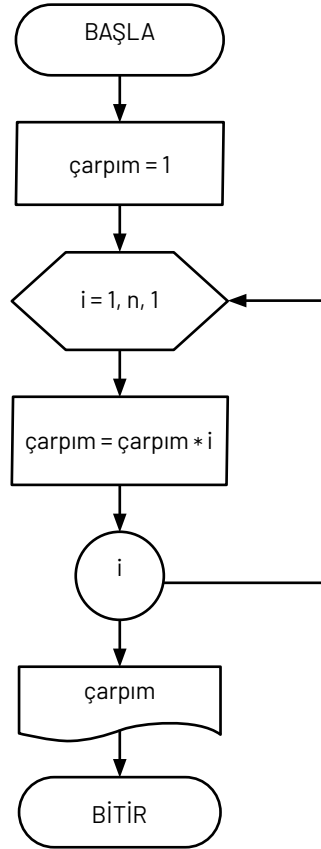
- a) Karaktere önce güç çarpanı, sonra darbe etkisi uygulandığı durumda karakterin güç puanını bulduran algoritmanın işleyişini sözde kod ile ifade ediniz.

Sözde Kod

- b) Oluşturduğunuz sözde kodu kullanarak iç içe fonksiyonlar ile bileşke fonksiyonun ilişkisini ortaya koyunuz.

--

2. n sıfırdan büyük bir doğal sayı olmak üzere n öğrencinin katıldığı bir yarışmada sıralamanın kaç farklı şekilde olabileceğini bulduran algoritmanın akış şeması aşağıda verilmiştir.



Yukarıda döngü kullanılarak, çözümlenen problem durumunun öz yinmeli fonksiyonlarla nasıl çözülebileceğini göstererek hangi çözümün daha kullanışlı olduğunu değerlendiriniz.

5. TEMA : NİCELİKLER VE DEĞİŞİMLER 3

3. Adım: Değerlendirme

Yönerge: Etkinlik sonunda öğrencilerin çalışmalarını değerlendirebilmeleri amacıyla hazırlanan Giriş-Çıkış Kartı'nı çoğaltıp öğrencilere dağıtınız. Yandaki karekodu kullanarak Giriş-Çıkış Kartı'na ulaşabilirsiniz.



Giriş-Çıkış Kartı'na ulaşmak için karekodu kullanınız.

GİRİŞ-ÇIKIŞ KARTI

Adı ve Soyadı		Sınıfı	
Tarih		Numarası	

Etkinliğe ilişkin yeni öğrendiklerinizi, daha önce bildiklerinizi ve merak ettiklerinizi Giriş-Çıkış Kartı'na yazınız.

Bildiklerim:

Merak Ettiklerim:

Öğrendiklerim:
